

Probabilistische Algorithmen

Monte Carlo

1. Juni 2010

- 1 Monte Carlo ist ein Stadtteil von Monaco

- 1 Monte Carlo ist ein Stadtteil von Monaco
- 2 Erste Tabellen der Ergebnisse von Roulettespiele wurden in Monte Carlo aufgestellt

- ① Monte Carlo ist ein Stadtteil von Monaco
- ② Erste Tabellen der Ergebnisse von Roulettespiele wurden in Monte Carlo aufgestellt
 - großer Einfluss auf die Namesgebung

1 John von Neumann

- 1 John von Neumann
 - Mathematiker österreichisch ungarischer Herkunft

- ① John von Neumann
 - Mathematiker österreichisch ungarischer Herkunft
- ② Enrico Fermi

- ① John von Neumann
 - Mathematiker österreichisch ungarischer Herkunft
- ② Enrico Fermi
 - italienischer Kernphysiker

- ① John von Neumann
 - Mathematiker österreichisch ungarischer Herkunft
- ② Enrico Fermi
 - italienischer Kernphysiker
- ③ Stanislaw Marek Ulam

- ① John von Neumann
 - Mathematiker österreichisch ungarischer Herkunft
- ② Enrico Fermi
 - italienischer Kernphysiker
- ③ Stanislaw Marek Ulam
 - polnischer Mathematiker

- ① John von Neumann
 - Mathematiker österreichisch ungarischer Herkunft
- ② Enrico Fermi
 - italienischer Kernphysiker
- ③ Stanislaw Marek Ulam
 - polnischer Mathematiker
- ④ PC

- 1 Erarbeitung begann ca.1945

- 1 Erarbeitung begann ca.1945
- 2 Atombombenprojekt

- ① Erarbeitung begann ca.1945
- ② Atombombenprojekt
 - Simulation der Diffusion von Neutronen

- ① Erarbeitung begann ca.1945
- ② Atombombenprojekt
 - Simulation der Diffusion von Neutronen
- ③ erste systematische Darstellung 1949

- ① Erarbeitung begann ca.1945
- ② Atombombenprojekt
 - Simulation der Diffusion von Neutronen
- ③ erste systematische Darstellung 1949
- ④ Lösung von stochastischer und deterministischer Problemen

- ① Erarbeitung begann ca.1945
- ② Atombombenprojekt
 - Simulation der Diffusion von Neutronen
- ③ erste systematische Darstellung 1949
- ④ Lösung von stochastischer und deterministischer Problemen
- ⑤ bufonsche Problem - Berechnung der Zahl π

- 1 numerisches Verfahren stochastischer Art

- ① numerisches Verfahren stochastischer Art
- ② Zufallsgrößen werden mit Pseudozufahlszahlen simuliert

- ① numerisches Verfahren stochastischer Art
- ② Zufallsgrößen werden mit Pseudozufahlszahlen simuliert
- ③ Erzeugung der Realisierungen sind voneinander unabhängig

- ① numerisches Verfahren stochastischer Art
- ② Zufallsgrößen werden mit Pseudozufahlszahlen simuliert
- ③ Erzeugung der Realisierungen sind voneinander unabhängig
- ④ Die Ergebnisse werden statisch ausgewertet

- ① numerisches Verfahren stochastischer Art
- ② Zufallsgrößen werden mit Pseudozufahlszahlen simuliert
- ③ Erzeugung der Realisierungen sind voneinander unabhängig
- ④ Die Ergebnisse werden statisch ausgewertet
- ⑤ Interpretation

Monte Carlo

kann ein richtiges Ergebnis zurückliefern

Monte Carlo

kann ein richtiges Ergebnis zurückliefern

Monte Carlo

kann ein falsches Ergebnis zurückliefern

Beispiel

(a a a a a a a a a a a a a a a n n n n n n n n n n n n n n n)

Beispiel

(**a** a a a a a a a a a a a a a a n n n n n n n n n n n n n n n)

Beispiel

(a **a** a a a a a a a a a a a a a n n n n n n n n n n n n n n n)

Beispiel

(a a **a** a a a a a a a a a a a a n n n n n n n n n n n n n n n)

Beispiel

(a a a **a** a a a a a a a a a a a n n n n n n n n n n n n n n n)

Beispiel

(a a a a **a** a a a a a a a a a a n n n n n n n n n n n n n n n)

Beispiel

(a a a a a **a** a a a a a a a a a n n n n n n n n n n n n n n n)

Beispiel

(a a a a a a **a** a a a a a a a a n n n n n n n n n n n n n n n)

Beispiel

(a a a a a a a **a** a a a a a a a n n n n n n n n n n n n n n n)

Beispiel

(a a a a a a a a **a** a a a a a a a n n n n n n n n n n n n n n n)

Beispiel

(a a a a a a a a a **a** a a a a a a n n n n n n n n n n n n n n n)

Beispiel

(a a a a a a a a a a **a** a a a a a n n n n n n n n n n n n n n n n)

Beispiel

(a a a a a a a a a a **a** a a a a n n n n n n n n n n n n n n n n)

Beispiel

(a a a a a a a a a a a a **a** a a a n n n n n n n n n n n n n n n n)

Beispiel

(a a a a a a a a a a a a a **a** a a n n n n n n n n n n n n n n n n)

Beispiel

(a a a a a a a a a a a a a a **a** n n n n n n n n n n n n n n n n)

Beispiel

(a a a a a a a a a a a a a a **a** n n n n n n n n n n n n n n n)

Beispiel

(a a a a a a a a a a a a a a a n n n n n n n n n n n n n n n)

Beispiel

```
( a a a a a a a a a a a a a a a n n n n n n n n n n n n n n n )
```

Ergebnis

Die Variable b ist in der Liste vorhanden #t

Beispiel

(a a a a a a a a a a a a a a a n n n n n n n n n n n n n n n)

Beispiel

```
( a a a a a a a a a a a a a a a n n n n n n n n n n n n n n )
```

Ergebnis

Die Variable b ist in der Liste nicht vorhanden #f

Beispiel

(a a a a a **a** a a a a a a a a a a n n n n n n n n n n n n n n)

Beispiel

(a a a a a a a a a a **a** a a a a a n n n n n n n n n n n n n n n)

Beispiel

```
( a a a a a a a a a a a a a a a n n n n n n n n n n n n n )
```

Ergebnis

Die Variable b ist in der Liste vorhanden #t

Monte Carlo

- ① größere Wahrscheinlichkeit für ein richtiges Ergebnis durch mehrere Realisierungen

- ① größere Wahrscheinlichkeit für ein richtiges Ergebnis durch mehrere Realisierungen
- ② erhöhte Genauigkeit durch mehrere Realisierungen

- ① größere Wahrscheinlichkeit für ein richtiges Ergebnis durch mehrere Realisierungen
- ② erhöhte Genauigkeit durch mehrere Realisierungen
- ③ Rechenaufwand wird größer

- ➊ größere Wahrscheinlichkeit für ein richtiges Ergebnis durch mehrere Realisierungen
- ➋ erhöhte Genauigkeit durch mehrere Realisierungen
- ➌ Rechenaufwand wird größer
- ➍ kann die herkömmlichen Methoden nicht ersetzen

Probleme deterministischer Art

1. Berechnung der Integrale
2. Lösung von partiellen und gewöhnlichen Differentialgleichungen

Probleme deterministischer Art

1. Berechnung der Integrale
2. Lösung von partiellen und gewöhnlichen Differentialgleichungen

Probleme stochastischer Art

1. Zuverlässigkeit von Konstruktionen und Erzeugnissen
2. Lagerhaltungsprobleme
3. Wind- und Erdbebenercheinungen

Probleme deterministischer Art

1. Berechnung der Integrale
2. Lösung von partiellen und gewöhnlichen Differentialgleichungen

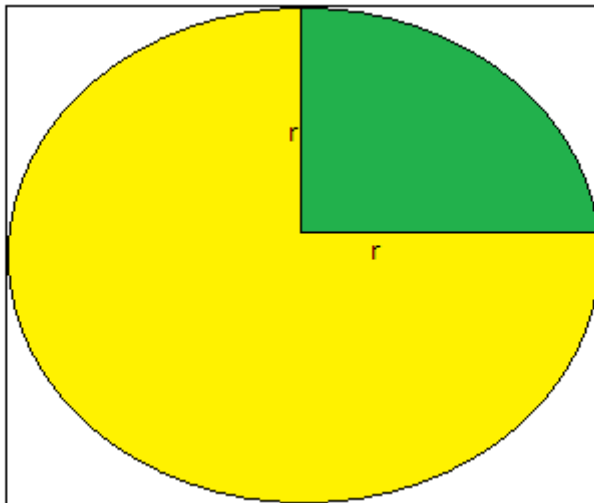
Probleme stochastischer Art

1. Zuverlässigkeit von Konstruktionen und Erzeugnissen
2. Lagerhaltungsprobleme
3. Wind- und Erdbebenerscheinungen

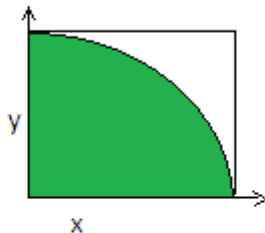
Anwendungsbereich

1. Kommunikation bei der Informationsübertragung
2. Kryptographie
3. Bedienungssysteme
4. Medizin (zeitkritische Anwendungen)

Berechnung von π



Berechnung von π



Berechnung von π

•

•

•

$$\frac{\text{Punkte die auf der Kreisfläche liegen}}{\text{alle Punkte}} = \frac{\text{Kreisfläche}}{\text{Quadratfläche}}$$

.

.

.

$$\frac{\text{Punkte die auf der Kreisfläche liegen}}{\text{alle Punkte}} = \frac{\text{Kreisfläche}}{\text{Quadratfläche}}$$

$$\frac{\text{Punkte die auf der Kreisfläche liegen}}{\text{alle Punkte}} = \frac{\frac{1}{4}\pi}{r^2}$$

Berechnung von π

$$\frac{\text{Punkte die auf der Kreisfläche liegen}}{\text{alle Punkte}} = \frac{\text{Kreisfläche}}{\text{Quadratfläche}}$$

$$\frac{\text{Punkte die auf der Kreisfläche liegen}}{\text{alle Punkte}} = \frac{\frac{1}{4}\pi}{r^2}$$

$$\pi = 4 * \frac{\text{Punkte die auf der Kreisfläche liegen}}{\text{alle Punkte}}$$

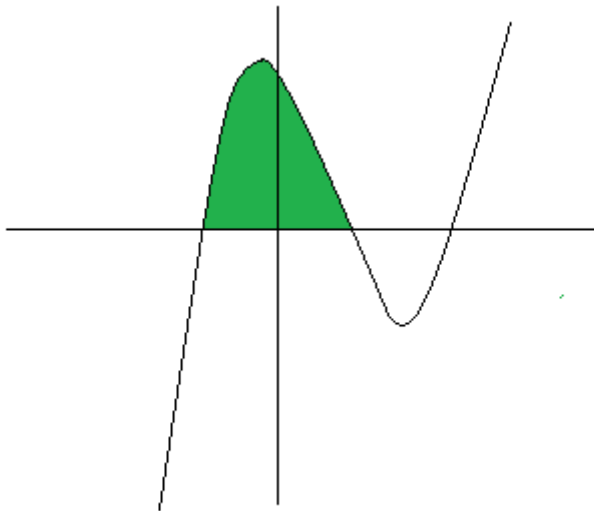
Berechnung von π

$$\frac{\text{Punkte die auf der Kreisfläche liegen}}{\text{alle Punkte}} = \frac{\text{Kreisfläche}}{\text{Quadratfläche}}$$

$$\frac{\text{Punkte die auf der Kreisfläche liegen}}{\text{alle Punkte}} = \frac{\frac{1}{4}\pi}{r^2}$$

$$\pi = 4 * \frac{\text{Punkte die auf der Kreisfläche liegen}}{\text{alle Punkte}}$$

$$1 \leq \sqrt{a^2 + b^2}$$



Primzahltest nach Fermat

- $p \in \mathbb{N}$

Primzahltest nach Fermat

- $p \in \mathbb{N}$
- $n^{p-1} - 1$ durch p teilbar, $n < p$

Primzahltest nach Fermat

- $p \in \mathbb{N}$
- $n^{p-1} - 1$ durch p teilbar, $n < p$
- $(n^{p-1} - 1) \bmod p = 0, n < p$

Primzahltest nach Fermat

- $p \in \mathbb{N}$
- $n^{p-1} - 1$ durch p teilbar, $n < p$
- $(n^{p-1} - 1) \bmod p = 0$, $n < p$
- $(n^{p-1}) \bmod p = 1$, $n < p$

Primzahltest nach Fermat

- Bsp.

Primzahltest nach Fermat

- Bsp.
- $p=5$

Primzahltest nach Fermat

- Bsp.
- $p=5$
- $n=1$: $1^{5-1} - 1 = 0$ teilbar durch 5

Primzahltest nach Fermat

- Bsp.
- $p=5$
- $n=1: 1^{5-1} - 1 = 0$ teilbar durch 5
- $n=2: 2^{5-1} - 1 = 15$ teilbar durch 5

Primzahltest nach Fermat

- Bsp.
- $p=5$
- $n=1: 1^{5-1} - 1 = 0$ teilbar durch 5
- $n=2: 2^{5-1} - 1 = 15$ teilbar durch 5
- $n=3: 3^{5-1} - 1 = 80$ teilbar durch 5

Primzahltest nach Fermat

- Bsp.
- $p=5$
- $n=1: 1^{5-1} - 1 = 0$ teilbar durch 5
- $n=2: 2^{5-1} - 1 = 15$ teilbar durch 5
- $n=3: 3^{5-1} - 1 = 80$ teilbar durch 5
- $n=4: 4^{5-1} - 1 = 255$ teilbar durch 5