

Probabilistische Algorithmen

René Schönfelder Mario Jeremias

28. Juni 2009

Was sind probabilistische Algorithmen?

Probabilistische
Algorithmen

René
Schönfelder,
Mario
Jeremias

Probabilistische
Algorithmen

Las-Vegas-
Algorithmen

Schwarm-
algorithmen

- Programme, bei dem der interne Programmablauf dem Zufall unterliegt
- Können effizienter arbeiten und/oder einfacher zu verstehen und implementieren sein, als die besten deterministischen Algorithmen für das Problem

```
1 java.util.Random rn = new java.util.Random();
2 |
3 switch ((abs(rn.nextInt())%2)){
4 case 0: { ... };
5 case 1: { ... };
6 }
7
```

Berechnung von Pi

Probabilistische
Algorithmen

René
Schönfelder,
Mario
Jeremias

Probabilistische
Algorithmen

Las-Vegas-
Algorithmen

Schwarm-
algorithmen

- viele Möglichkeiten, Pi zu berechnen:

- z. B. ...?

- $\frac{1}{\pi} = \frac{\sqrt{8}}{9801} \cdot \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(4n)! \cdot (1103 + 26390n)}{(n!)^4 \cdot 396^{4n}}$

- → nicht besonders einfach

Berechnung von Pi

Probabilistische
Algorithmen

René
Schönfelder,
Mario
Jeremias

Probabilistische
Algorithmen

Las-Vegas-
Algorithmen

Schwarm-
algorithmen

- viele Möglichkeiten, Pi zu berechnen:
- z. B. ...?
- $\frac{1}{\pi} = \frac{\sqrt{8}}{9801} \cdot \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(4n)! \cdot (1103 + 26390n)}{(n!)^4 \cdot 396^{4n}}$
- → nicht besonders einfach

Berechnung von Pi

Probabilistische
Algorithmen

René
Schönfelder,
Mario
Jeremias

Probabilistische
Algorithmen

Las-Vegas-
Algorithmen

Schwarm-
algorithmen

- viele Möglichkeiten, Pi zu berechnen:
- z. B. ...?
- $\frac{1}{\pi} = \frac{\sqrt{8}}{9801} \cdot \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(4n)! \cdot (1103 + 26390n)}{(n!)^4 \cdot 396^{4n}}$
- → nicht besonders einfach

Pi probabilistisch berechnen

Probabilistische
Algorithmen

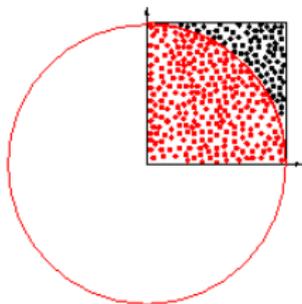
René
Schönfelder,
Mario
Jeremias

Probabilistische
Algorithmen

Las-Vegas-
Algorithmen

Schwarm-
algorithmen

- alternative Berechnungsmethode



- man „wirft“ zufällig Punkte in die gezeichnete Fläche
- deren Verhältnis bestimmt Pi auf Wunsch sehr exakt
- Algorithmus selbst ist sehr einfach zu verstehen
- → Wiki

Arten von probabilistischen Algorithmen

Probabilistische
Algorithmen

René
Schönfelder,
Mario
Jeremias

Probabilistische
Algorithmen

Las-Vegas-
Algorithmen

Schwarm-
algorithmen

- zwei Arten von probabilistischen Algorithmen
- Las-Vegas - liefern immer das richtige Ergebnis, die Zeit bis dahin entspricht einer Zufallsvariable
- Monte-Carlo - liefern immer ein Ergebnis, welches aber falsch sein kann. Das Ergebnis entspricht einer Zufallsvariable
- können bedingt in ineinander umgeformt werden → Wiki

Probabilistische Algorithmen in kritischen Anwendungen

Probabilistische Algorithmen

René
Schönfelder,
Mario
Jeremias

Probabilistische Algorithmen

Las-Vegas-
Algorithmen

Schwarm-
algorithmen

- probabilistische Algorithmen basieren auf Zufall. Heißt das, sie sind für kritische Anwendungen nicht zu gebrauchen?
- Nein, denn die Wahrscheinlichkeit eines Fehlers kann signifikant gesenkt werden, in dem man den Algorithmus mehrmals mit dem gleichen Eingabeparameter laufen lässt
- Wahrscheinlichkeit, dass Algorithmus das falsche Ergebnis liefert, kann extrem gering werden
- Umformung Monte-Carlo \leftrightarrow Las-Vegas

Probabilistische Algorithmen in kritischen Anwendungen

Probabilistische Algorithmen

René
Schönfelder,
Mario
Jeremias

Probabilistische Algorithmen

Las-Vegas-
Algorithmen

Schwarm-
algorithmen

- probabilistische Algorithmen basieren auf Zufall. Heißt das, sie sind für kritische Anwendungen nicht zu gebrauchen?
- Nein, denn die Wahrscheinlichkeit eines Fehlers kann signifikant gesenkt werden, in dem man den Algorithmus mehrmals mit dem gleichen Eingabeparameter laufen lässt
- Wahrscheinlichkeit, dass Algorithmus das falsche Ergebnis liefert, kann extrem gering werden
- Umformung Monte-Carlo \leftrightarrow Las-Vegas

Fazit

Probabilistische Algorithmen

René
Schönfelder,
Mario
Jeremias

Probabilistische Algorithmen

Las-Vegas-
Algorithmen

Schwarm-
algorithmen

- besonders geeignet für NP-schwere Probleme
- alles im Leben unterliegt gewissen Wahrscheinlichkeiten oder Ungenauigkeiten. Probabilistik ist ein Weg, diesem gerecht zu werden
- in der Praxis wird vermehrt auf Probabilistik gesetzt
- ein Weg von vielen, ein weiteres Werkzeug zur Lösung von Problemen
- formale Notation, Aufwandsbetrachtungen und vieles mehr
→ Wiki

Las-Vegas-Algorithmen

Probabilistische
Algorithmen

René
Schönfelder,
Mario
Jeremias

Probabilistische
Algorithmen

Las-Vegas-
Algorithmen

Schwarm-
algorithmen

- irren sich niemals
- Sackgassen \Rightarrow kein Ergebnis
- wiederholte Ausführung \Rightarrow korrektes Resultat

Aufwandsanalyse

Probabilistische
Algorithmen

René
Schönfelder,
Mario
Jeremias

Probabilistische
Algorithmen

Las-Vegas-
Algorithmen

Schwarm-
algorithmen

Scheme Code

```
(define LV-loop
  lambda (x)
    let* ((resultat (LV x))
          (y (car resultat))
          (Erfolg (cdr resultat)))
      (if Erfolg
          y
          (LV-loop x))))
```

Aufwandsanalyse

Probabilistische
Algorithmen

René
Schönfelder,
Mario
Jeremias

Probabilistische
Algorithmen

Las-Vegas-
Algorithmen

Schwarm-
algorithmen

- $t(x) = p(x) \cdot \text{success}(x) + (1 - p(x)) \cdot (\text{failure}(x) + t(x))$
- $t(x) = \text{success}(x) + \frac{1-p(x)}{p(x)} \cdot \text{failure}(x)$
- $t(x) = \text{success}(x) + \left(\frac{1}{p(x)} - 1\right) \cdot \text{failure}(x)$

Probabilistisches Quicksort

Probabilistische
Algorithmen

René
Schönfelder,
Mario
Jeremias

Probabilistische
Algorithmen

Las-Vegas-
Algorithmen

Schwarm-
algorithmen

- average case: $\mathcal{O}(n \cdot \log_2 n)$
- worst case: $\mathcal{O}(n^2)$
- Lösungsansatz: Teillisten durcheinander bringen
- zufälliges Trennelement

Probabilistisches Quicksort

Probabilistische
Algorithmen

René
Schönfelder,
Mario
Jeremias

Probabilistische
Algorithmen

Las-Vegas-
Algorithmen

Schwarm-
algorithmen

- average case: $\mathcal{O}(n \cdot \log_2 n)$
- worst case: $\mathcal{O}(n^2)$
- Lösungsansatz: Teillisten durcheinander bringen
- zufälliges Trennelement

8*8 Damen Beispiel

Probabilistische
Algorithmen

René
Schönfelder,
Mario
Jeremias

Probabilistische
Algorithmen

Las-Vegas-
Algorithmen

Schwarm-
algorithmen

- <http://www.inf.hs-zigr.de/AuK-Buch/Seminare/damen.html>

Schwarmalgorithmen

Probabilistische
Algorithmen

René
Schönfelder,
Mario
Jeremias

Probabilistische
Algorithmen

Las-Vegas-
Algorithmen

Schwarm-
algorithmen

- basieren auf Schwärmen in der Natur, etwa bei Termiten, Fischen oder Ameisen
- Ameisen markieren bei der Futtersuche ihren Weg mit Pheromonen
- dabei folgen sie der Spur mit dem höchsten Pheromongehalt
- wenn sie Futter gefunden haben, gehen sie auf ihrer Spur zurück - doppelt Pheromon
- nach kurzer Zeit finden sie den kürzesten Weg zu einer Futterquelle

Liveexperiment Schwarmintelligenz

Probabilistische
Algorithmen

René
Schönfelder,
Mario
Jeremias

Probabilistische
Algorithmen

Las-Vegas-
Algorithmen

Schwarm-
algorithmen

- `http://www.ameisenalgorithmus.de/
appletmanuelletour.htm`
- `http:
//www.ameisenalgorithmus.de/appletantstour.htm`

- Anwendungsgebiet von Schwarmalgorithmen
- kleine Roboter agieren als Schwarm
- lösen Probleme, welche ein einzelner Roboter nicht bewältigen kann