Lösung Aufgabe 1:

$T(n) = 3 \cdot T(\frac{n}{4}) + 2n, T(1) = 2$

Wertetabelle($n = 4^k$):

n	$T(n)$
4^0	2
4^1	$3 \cdot 2 + 2 \cdot 4^1$
4^2	$3^2 \cdot 2 + 3 \cdot 2 \cdot 4^1 + 2 \cdot 4^2$
4^3	$3^3 \cdot 2 + 3^2 \cdot 2 \cdot 4^1 + 3^1 \cdot 2 \cdot 4^2 + 2 \cdot 4^3$
4^4	$3^4 \cdot 2 + 3^3 \cdot 2 \cdot 4^1 + 3^2 \cdot 2 \cdot 4^2 + 3^1 \cdot 2 \cdot 4^3 + 2 \cdot 4^4$

Rechnung:

$T(4^k) = \sum\limits_{i=0}^{k} 3^{k-i} \cdot 2 \cdot 4^i$

$T(4^k) = \sum\limits_{i=0}^{k} 3^k \cdot \frac{1}{3^i} \cdot 2 \cdot 4^i$

$T(4^k) = \sum\limits_{i=0}^{k} 3^k \cdot \frac{4^i}{3^i} \cdot 2$

$T(4^k) = 3^k \cdot 2 \cdot \sum\limits_{i=0}^{k} (\frac{4}{3})^i \qquad (\sum\limits_{i=m}^{k} x^i = \frac{x^{k+1} - x^m}{x-1})$

$T(4^k) = 3^k \cdot 2 \cdot \frac{(\frac{4}{3})^{k+1} - (\frac{4}{3})^0}{\frac{4}{3} - 1}$

$T(4^k) = 3^k \cdot 2 \cdot \frac{(\frac{4}{3})^{k+1} - 1}{\frac{1}{3}}$

$T(4^k) = 3 \cdot 3^k \cdot 2 \cdot ((\frac{4}{3})^{k+1} - 1)$

$T(4^k) = 2 \cdot 3^{k+1} \cdot ((\frac{4}{3})^{k+1} - 1)$

$T(4^k) = 2 \cdot (4^{k+1} - 3^{k+1}) \qquad (k = \log_4 n)$

$T(n) = 2 \cdot (4^{\log_4 n + 1} - 3^{\log_4 n + 1})$

$T(n) = 2 \cdot (4 \cdot 4^{\log_4 n} - 3 \cdot 3^{\log_4 n}) \qquad (a^{\log_a b} = b)$

$T(n) = 2 \cdot (4 \cdot n - 3 \cdot 3^{\log_4 n}) \qquad (4^x = 3, x = \log_4 3)$

$T(n) = 2 \cdot (4n - 3 \cdot 4^{\log_4 n \cdot \log_4 3})$

$\underline{T(n) = 2 \cdot (4n - 3n^{\log_4 3})}$