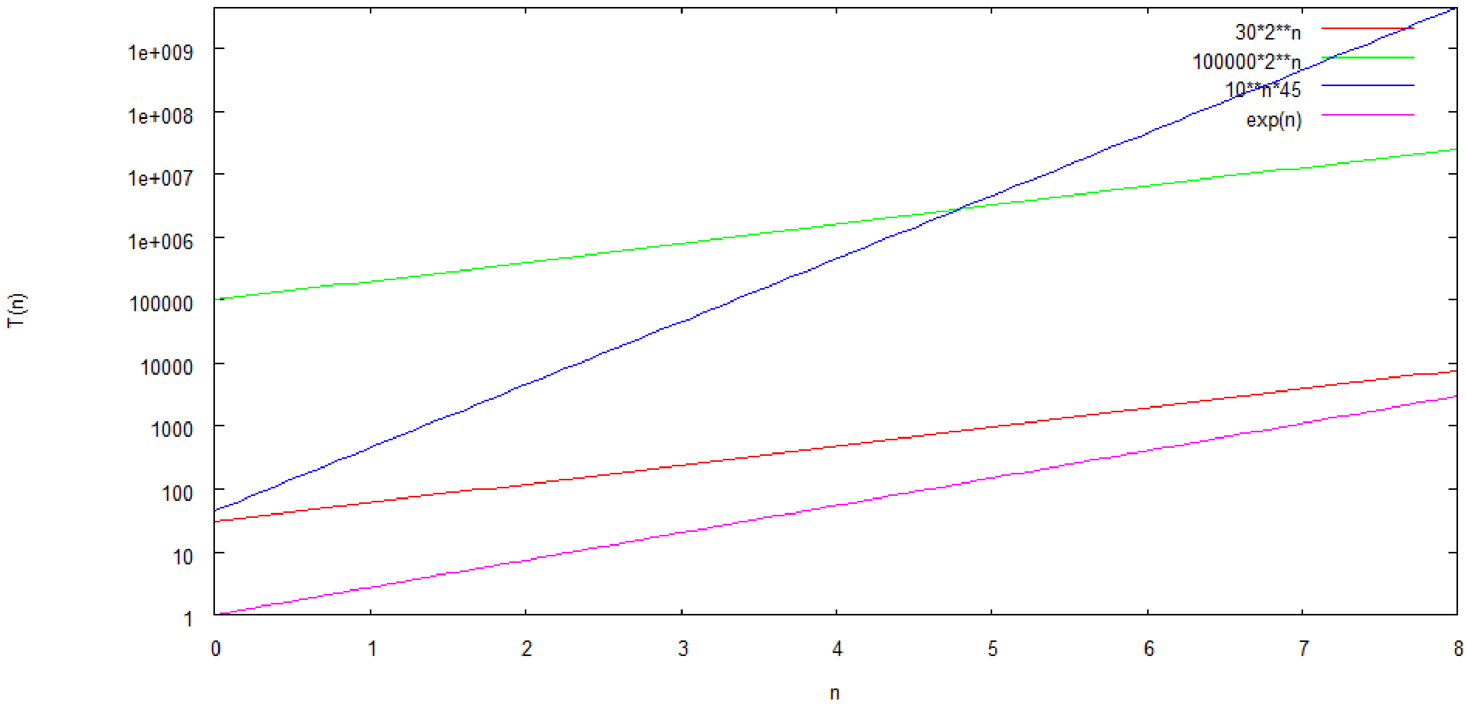
Lösungen:

Aufgabe 1:

Wenn Sie sich ein wenig mit Gnuplot auseinandergesetzt haben, sollte je nachdem welche Achseneinteilung Sie gewählt haben, folgendes herauskommen:



Dieses Schaubild erhält man durch folgenden Quelltext:

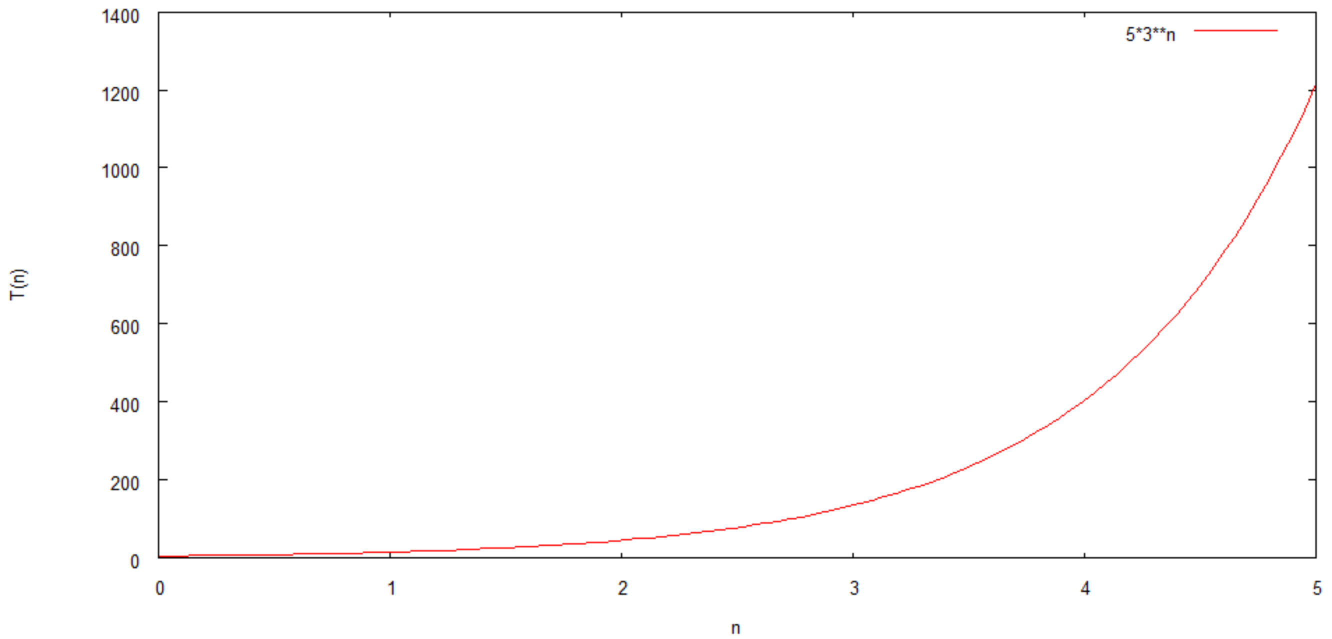
```
set logscale y
set xlabel "n"
set ylabel "T(n)"
set ytics (1,10,100,1000,10000,100000,1000000,10000000,1e+8,1e+9)
plot [n=0:8] 30*2**n, 100000*2**n, 10**n*45, exp(n)
```

Aufgabe 2:

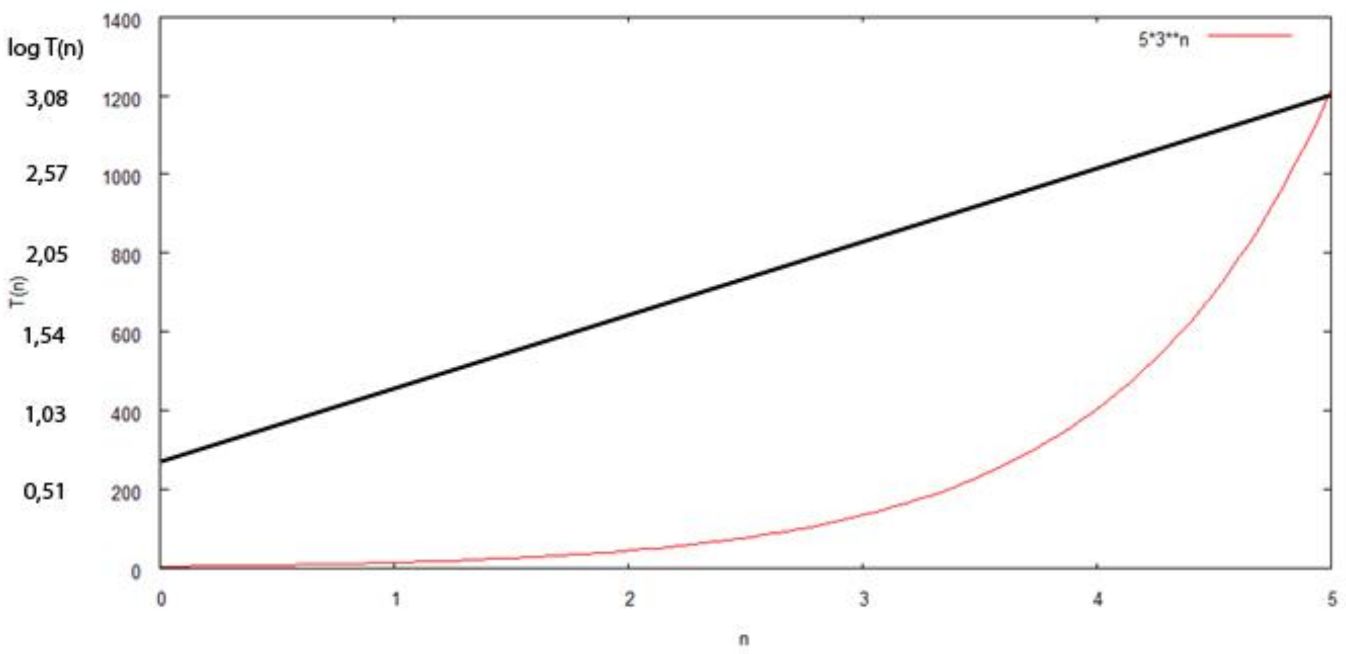
Die Messwertetabelle wird mit log T(n) ergänzt.

n	T(n)	log T(n)
0	5	0,7
1	15	1,18
2	45	1,65
3	135	2,13
4	405	2,61
5	1215	3,08

Als nächstes wird n und T(n) mit normaler y- und x-Achse gezeichnet, um die gesuchte Funktion zu sehen:



Nun wird die y-Achse logarithmiert und die Gerade eingezeichnet:



Der Schnittpunkt mit der logarithmischen y-Achse ist bei y = 0,7 → a
Der abgelesene Anstieg ist ca. 0,48 → b

gesuchte Form: $y = a*b^n$

Durch die logarithmische y-Achse heißt die Funktion: $y = 10^{0,7} * (10^{0,48})^n$

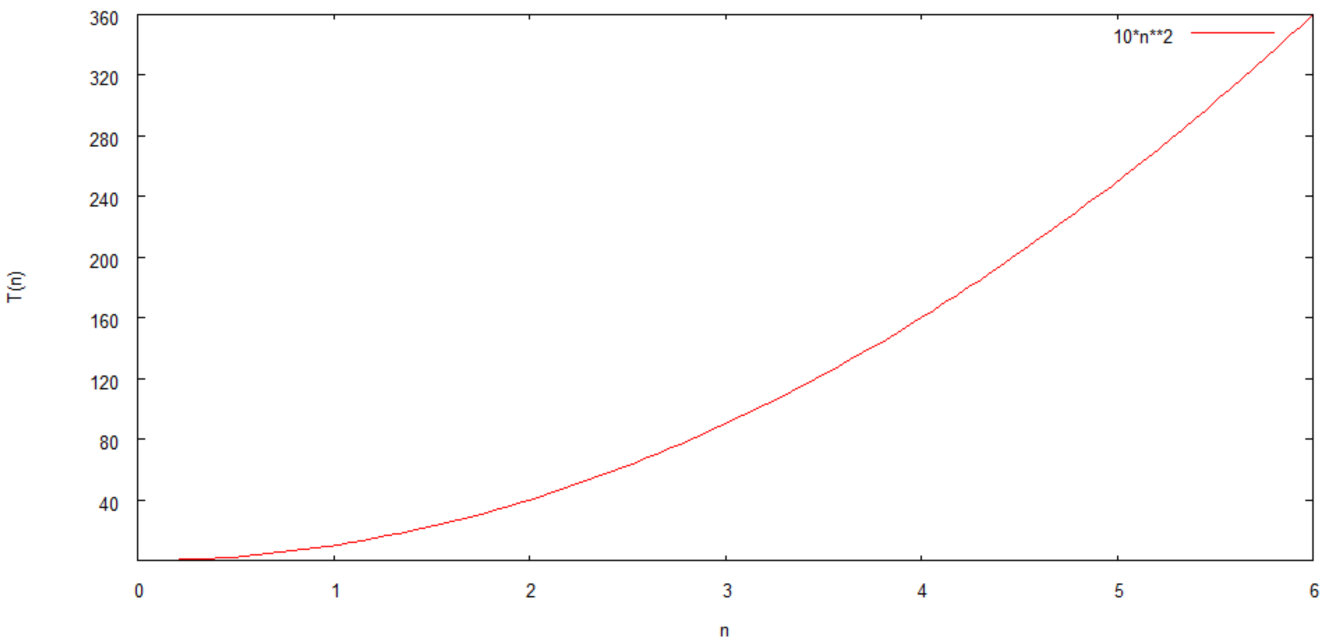
Dadurch entsteht die Endfunktion: $\mathbf{y = 5*3^n}$

Aufgabe 3:

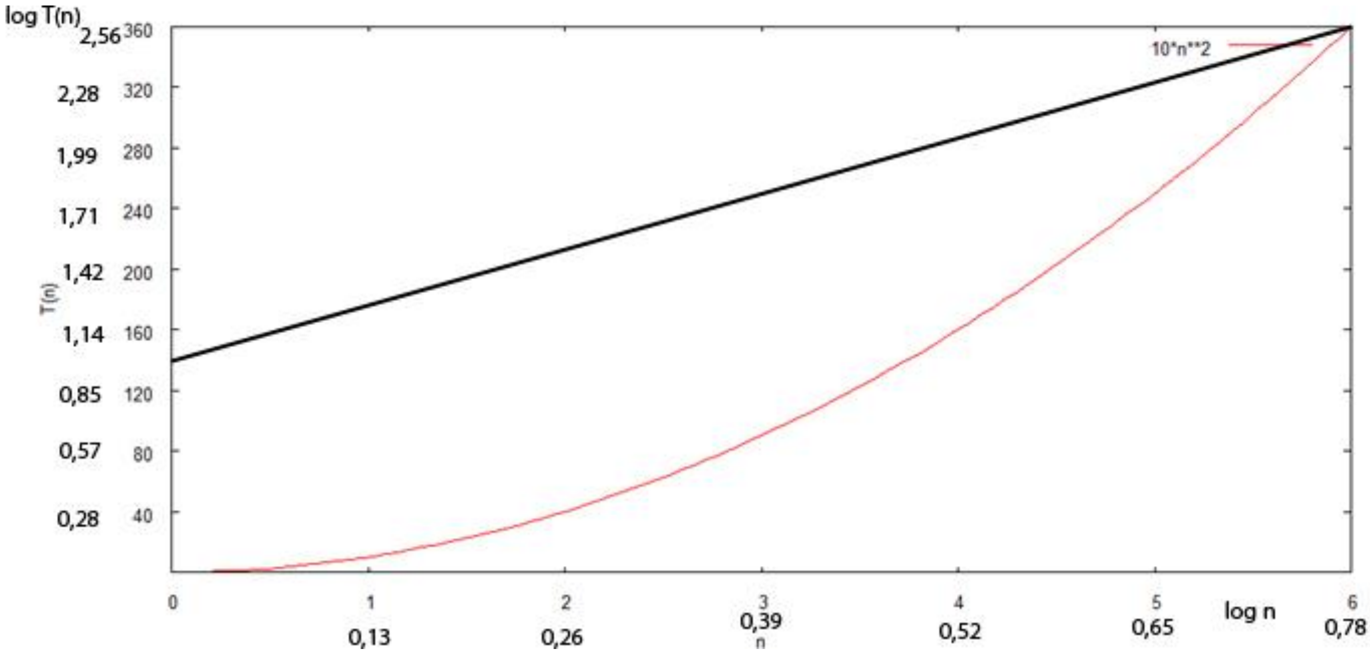
Die Messwertetabelle wird, da eine Potenzfunktion gesucht ist, mit log T(n) und log n ergänzt.

n	T(n)	log T(n)	log n
1	10	1	0
2	40	1,60	0,30
3	90	1,95	0,48
4	160	2,20	0,60
5	250	2,40	0,70
6	360	2,56	0,78

Als nächstes wird n und T(n) mit normaler y- und x-Achse gezeichnet, um die gesuchte Funktion zu sehen:



Nun wird die y- und die x-Achse logarithmiert und die Gerade eingezeichnet:



Der Schnittpunkt mit der logarithmischen y-Achse ist bei y = 1 → c
Der abgelesene Anstieg ist ca. 0,27 → k

gesuchte Form: $y = c*n^k$

Durch die logarithmische y- und x-Achse heißt die Funktion: $y = 10^1 * {}_n10^{0,27}$

Dadurch entsteht die Endfunktion: $\mathbf{y = 10 * n^2}$

Aufgabe 4:

Bei der Berechnung der Größen für a und b entstehen folgende Lösungen:

r=10

$\sum_{i=1}^{r} i*T(i) =$ (1*3) + (2*5) + (3*7) + (4*1) + (5*6) + (6*10) + (7*9) + (8*8) + (9*5) + (10*9) = 390

$\sum_{i=1}^{r} i =$ 1+2+3+4+5+6+7+8+9+10 = 55

$\sum_{i=1}^{r} T(i) =$ 3+5+7+1+6+10+9+8+5+9 = 63

$\sum_{i=1}^{r} i^2 =$ $1^2 + 2^2 + 3^2 + 4^2 + 5^2 + 6^2 + 7^2 + 8^2 + 9^2 + 10^2 = 385$

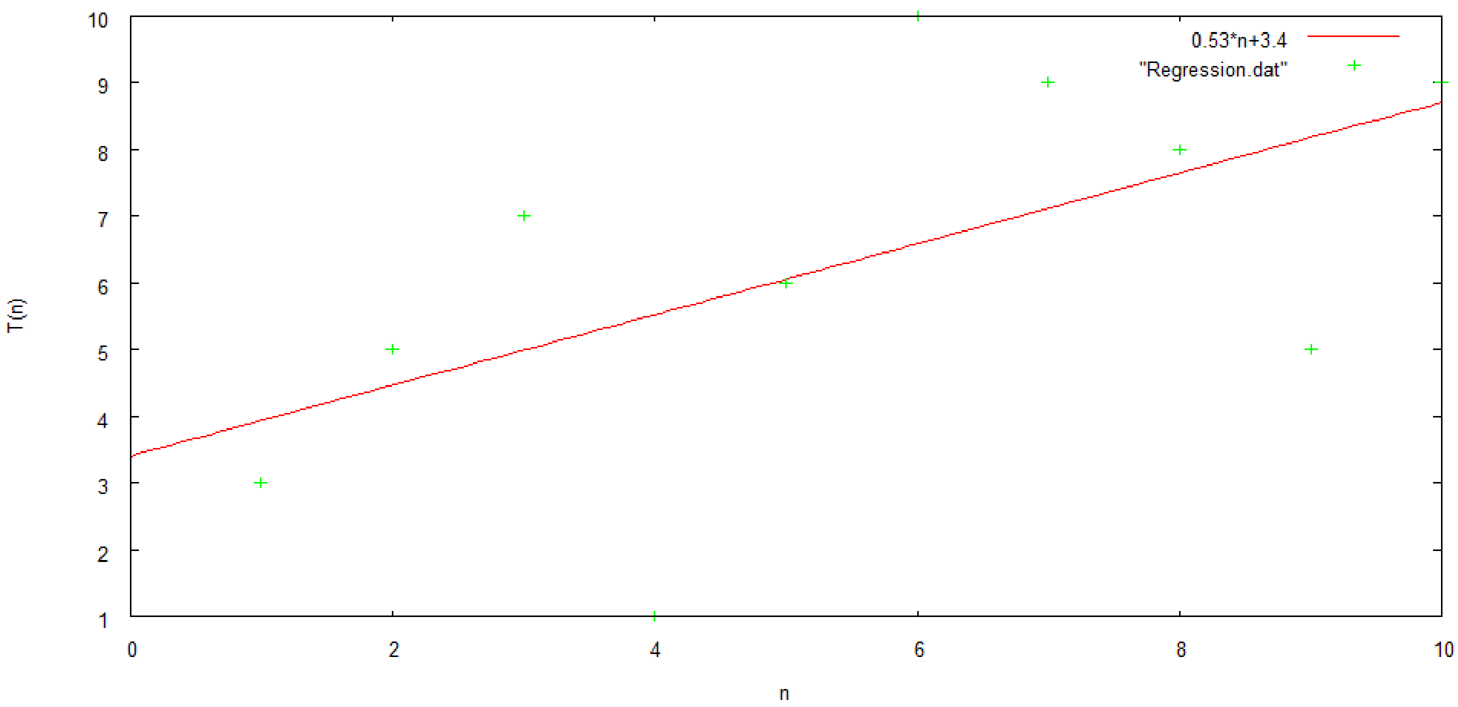
$(\sum_{i=1}^{r} i)^2 =$ $(1+2+3+4+5+6+7+8+9+10)^2 = 3025$

$$a = \frac{(10 * 390) - (55 * 63)}{(10 * 385) - 3025} = \frac{435}{825} = 0,53$$

$$b = \frac{(385 * 63) - (390 * 55)}{(10 * 385) - 3025} = \frac{2805}{825} = 3,4$$

Daraus ergibt sich die Regressionsgerade **T(n) = 0,53n + 3,4**

Die Regressionsgerade mit den Messwerten in Gnuplot:



Um die Messwerte Anzeigen zu lassen, geben Sie in ein Textdokument folgendes ein:

1 3
2 5
3 7
4 1
5 6
6 10
7 9
8 8
9 5
10 9

Anschließend Speichern Sie die Datei z.B. unter den Namen: Regression.dat

In Gnuplot geben Sie folgendes ein:
set xlabel "n"
set ylabel "T(n)"
plot [n=0:10] 0.53*n+3.4, "Regression.dat"

Aufgabe 5

Der folgende Worksheet ist so in Maple einzugeben:

```
restart :
with(linalg) :
with(plots) :
x := [0, 6, 12, 18, 24, 30, 36, 42, 48, 54, 60];
y := [0, 5, 10, 15, 20, 25, 30, 35, 40, 45, 50];
g := x → x^0, x → x, x → x^2, x → x^3;
n := nops(x);
m := nops([g])−1;
A := matrix(n, m + 1, 0) :
c := vector(m, 0) :

for k to n do
  for i to m + 1 do
    A[k, i] := g[i](x[k]);
  od:
od:
evalm(A);
AT := transpose(A) :
left := evalm(AT&*A) :
right := (AT&*y) :
c := evalf(linsolve(left, right));

h := 0 :
for i from 0 + 1 to m + 1 do h := h + c[i]*g[i] od:
pkt := [seq([x[i], y[i]], i = 1 .. n)] :
bild1 := plot(pkt, 0 .. x[n], 0 .. y[n], style = point, symbol
      = diamond);
bild2 := plot(h(xx), xx = x[1] .. x[n], color = BLACK);
display(bild1, bild2, labels = ['x', 'h(x)']);
```

Wenn man nun Enter drückt, evaluiert Maple den Worksheet.
Dabei erscheint das folgende Ergebnis:

$$[0, 6, 12, 18, 24, 30, 36, 42, 48, 54, 60]$$

$$[0, 5, 10, 15, 20, 25, 30, 35, 40, 45, 50]$$

$$x \to 1, x \to x, x \to x^2, x \to x^3$$

$$11$$

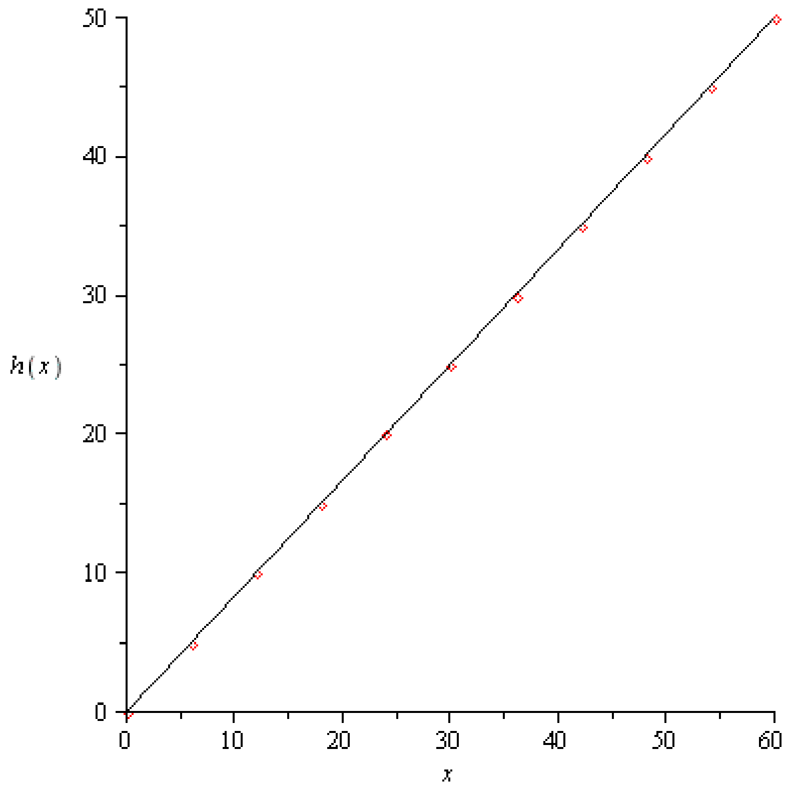
$$3$$

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 6 & 36 & 216 \\ 1 & 12 & 144 & 1728 \\ 1 & 18 & 324 & 5832 \\ 1 & 24 & 576 & 13824 \\ 1 & 30 & 900 & 27000 \\ 1 & 36 & 1296 & 46656 \\ 1 & 42 & 1764 & 74088 \\ 1 & 48 & 2304 & 110592 \\ 1 & 54 & 2916 & 157464 \\ 1 & 60 & 3600 & 216000 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 0. & 0.8333333333 & 0. & 0. \end{bmatrix}$$

$$PLOT(\ldots)$$

$$PLOT(\ldots)$$



Die erhaltenen Koeffizienten heißen:

c = 0; 0,83333; 0; 0

Die entstandene Approximationsfunktion lautet: **h(x)= 0,833x**